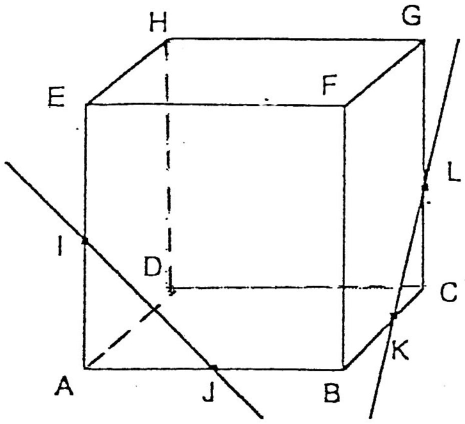

ABCDEFGH est un cube.

I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [AE], [AB], [BC] et [CG].

1° a) Démontrer que le quadrilatère AILC est un parallélogramme.

D'après le texte I milieu de [AE] et L milieu de [CG]
or les arêtes opposées d'un cube sont parallèles et de même longueur donc
$(AI) \parallel (CL)$ et $AI = CL = \frac{AE}{2}$

Donc AILC est un parallélogramme.

b) Justifier que les droites (JK) et (AC) sont parallèles.

On considère le carré ADCB et le triangle ABC.
J milieu de [BA] et K milieu de [BC] D'après le théorème des milieux
$(JK) \parallel (AC)$ (et $JK = \frac{1}{2} AC$)

c) En déduire que les droites (JK) et (LI) sont parallèles.

D'après 1°) a) AILC est un parallélogramme donc $(IL) \parallel (AC)$
D'après 1°) c) $(JK) \parallel (AC)$
donc $(JK) \parallel (IL)$

2° a) Justifier que les droites (IJ) et (KL) sont coplanaires.

D'après 1° c) $(JK) \parallel (IL)$ et d'après le théorème des milieux 1°) b)
$JK = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} IL$ donc ILKJ est un trapèze
les points I; L; K; J appartiennent au plan du trapèze ILKJ
donc les droites (IJ) et (KL) sont coplanaires dans le plan (ILKJ)

b) En déduire qu'elles sont sécantes en un point Ω.

d'après 2° a) ILKJ est un trapèze (et non un parallélogramme)
donc les droites (IJ) et (KL) ne sont pas parallèles
donc (IJ) et (KL) sont dans le plan (ILKJ) et elles se coupent en un point que l'on nomme Ω

c) Justifier que le point Ω appartient à la droite (BF).

$\Omega \in (IJ)$ donc Ω est un point du plan de la face (AEFB)
$\Omega \in (KL)$ donc Ω est un point du plan de la face (BFGC)
donc Ω est un point commun aux plans (AEFB) et (GFBC)
or les plans (AEFB) et (GFBC) se coupent selon la droite (BF)
donc $\Omega \in (BF)$